
Esercitazione in Laboratorio:
risoluzione di problemi di programmazione
lineare tramite Excel – il mix di produzione

Versione 11/03/2004

Contenuto e scopo esercitazione

Contenuto

- esempi di problema di programmazione lineare risolto tramite Excel
 - problema del mix di produzione di piccole dimensioni

Scopo

- presentare i passi che portano alla risoluzione di problemi di programmazione lineare tramite Excel

File necessari

Per svolgere l'esercitazione sono necessari i seguenti file Excel:

- ProduzionePiccolo.xls
- ProduzioneCommentato.xls

Il problema produzione commentato contiene delle macro.

Mix di Produzione

Si vuole risolvere tramite excel il problema del mix di produzione descritto nei seguenti lucidi.

Esempio: mix di produzione

- n prodotti ognuno dei quali necessita di una data quantità di materie prime
- m materie prime in disponibilità limitata
- c_i profitto per ogni unità prodotta

Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6			
Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30			
								Start	
	Product Resource Requirements								Inv.
Steel	1	4	0	4	2	0	<=	1200	
Wood	4	5	3	0	1	0	<=	1160	
Plastic	0	3	8	0	1	0	<=	1780	
Rubber	2	0	1	2	1	5	<=	1050	
Glass	2	4	2	2	2	4	<=	1360	

Esempio: mix di produzione

Descrizione del problema.

- **obiettivo:**
 - massimizzare i profitti
- **vincoli:**
 - non consumare più materie prime di quelle disponibili
- **leve decisionali:**
 - quantità prodotte di beni
- **dati tecnologici:**
 - c_i profitto unitario del bene i -mo
 - a_{ji} consumo unitario di materia prima j -ma per produrre il bene i -mo
 - b_j disponibilità materia prima j -ma

Esempio: mix di produzione

Formulazione del problema.

- Le variabili:
le quantità prodotte di ogni bene

$$x_i \in \mathcal{R}, \quad \text{per } i = 1, \dots, n$$

tali variabili sono continue

- La funzione obiettivo:
il profitto complessivo

$$\sum_{i=1..n} c_i x_i$$

Esempio: mix di produzione

- I vincoli:
 - per ciascuna risorsa la quantità totale di risorsa utilizzata per eseguire le produzioni non può superare la disponibilità massima della risorsa stessa

$$\sum_{i=1..n} a_{ji} x_i \leq b_j, \quad \text{per } j = 1, \dots, m$$

- per ciascun bene la quantità prodotta è sempre non negativa

$$x_i \geq 0, \quad \text{per } i = 1, \dots, n$$

Esempio: mix di produzione

Formulazione generale: per n prodotti e m risorse

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1..n} c_i x_i \\ & \sum_{i=1..n} a_{ji} x_i \leq b_j, & \text{per } j=1,\dots,m \\ & x_i \geq 0 & \text{per } i=1,\dots,n \end{aligned}$$

Estensioni:

- vincoli sulla capacità minima/massima di assorbimento del mercato

Esempio: mix di produzione

Formulazione istanza specifica

$$\begin{array}{ll} \text{(profit)} & \max \quad 30 x_1 + 45 x_2 + 24 x_3 + 26 x_4 + 24 x_5 + 30 x_6 \\ \text{(steel)} & x_1 + 4 x_2 + 4 x_4 + 2 x_5 \leq 1200 \\ \text{(wood)} & 4 x_1 + 5 x_2 + 3 x_3 + x_5 \leq 1160 \\ \text{(plastic)} & 3 x_2 + 8 x_3 + x_5 \leq 1780 \\ \text{(rubber)} & 2 x_1 + x_3 + 2 x_4 + x_5 + 5 x_6 \leq 1050 \\ \text{(glass)} & 2 x_1 + 4 x_2 + 2 x_3 + 2 x_4 + 2 x_5 + 4 x_6 \leq 1360 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array}$$

Struttura file ProduzionePiccolo.xls

note

celle con i dati

celle con commenti

foglio coi dati iniziali

foglio con il problema pronto per la soluzione

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2								I.h.s.		
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6			
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6			
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0			
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30			
7										
8										Start
9										Inv.
10										
11	Steel	1	4	0	4	2	0	<=		1200
12	Wood	4	5	3	0	1	0	<=		1160
13	Plastic	0	3	8	0	1	0	<=		1780
14	Rubber	2	0	1	2	1	5	<=		1050
15	Glass	2	4	2	2	2	4	<=		1360
16										
17										
18										
19										

Struttura file ProduzionePiccolo.xls

Lavorare sul foglio
ProduzioneIniziale!!

L'altro foglio serve
solo per verificare di
avere svolto
l'esercitazione in maniera
corretta

Celle in cui scrivere il
valore delle variabili,
ovvero il numero di
prodotti realizzati.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1								I.h.s.		
2										
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6			
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6			
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0			
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30			
7										
8										Start
9										Inv.
10										
11	Steel	1	4	0	4	2	0	<=		1200
12	Wood	4	5	3	0	1	0	<=		1160
13	Plastic	0	3	8	0	1	0	<=		1780
14	Rubber	2	0	1	2	1	5	<=		1050
15	Glass	2	4	2	2	2	4	<=		1360
16										
17										
18										
19										
20										

Struttura file ProduzionePiccolo.xls

esempio di commento
che si visualizza passando
col mouse sul triangolino
rosso

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "DietaPiccolo.xls". The spreadsheet is divided into two sheets: "ProduzioneIniziale" (active) and "ProduzioneCompleto". The active sheet contains a table with columns A through J. The table is structured as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	Product:	P1								
4	Decis Variables	0								
5	Profit/Unit:	30								
6										
7										
8										
9										
10										
11	Steel	1	4	0	4	2	0			
12	Wood	4	5	3	0	1	0			
13	Plastic	0	3	8	0	1	0			
14	Rubber	2	0	1	2	1	5			
15	Glass	2	4	2	2	2	4			
16										
17										
18										
19										
20										

A tooltip is displayed over the red triangle in cell B3, providing the following information:

Dalla prima colonna della tabella sottostante si deduce che per produrre un'unità di prodotto P1 si consuma

- 1 unità di acciaio
- 4 unità di legno
- 0 unità di plastica
- 2 unità di gomma
- 2 unità di vetro

Ogni unità di prodotto P1 realizzato e venduto dà luogo ad un profitto di 30

The spreadsheet also includes a "Start Inv." column in column J, with values 1200, 1160, 1780, 1050, and 1360 for rows 11 through 15 respectively. The formula bar shows the active cell B3 contains the formula = P1.

Inserimento formula

Inserire nelle celle gialle delle formule che permettano di valutare il valore della funzione obiettivo e del primo termine dei vincoli al variare dei valori presenti nelle celle verdi delle variabili.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6			
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6			
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0			
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30			
7										
8										
9										Start Inv.
10										
11	Steel	1	4	0	4	2	0			1200
12	Wood	4	5	3	0	1	0			1160
13	Plastic	0	3	8	0	1	0			1780
14	Rubber	2	0	1	2	1	5			1050
15	Glass	2	4	2	2	2	4			1360
16										
17										
18										
19										

Il primo termine dei vincoli è detto anche *left hand side* (lhs)

Esempio di inserimento formula

Selezionare la cella H6 e scrivere la formula, preceduta dal segno =, che descrive la funzione facendo riferimento alle celle che contengono i valori dei profitti unitari e delle variabili tramite le loro coordinate.

Ad esempio, B6*B5 indica il prodotto tra il profitto unitario di ogni P1 per il numero di unità P1 prodotte.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								I.h.s.			
2											
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	=B6*B5+C6*C5+D6*D5+E6*E5+F6*F5+G6*G5			
7											
8										Start	

Esempio di inserimento formula

In alternativa, selezionare la cella H6 e scrivere la formula, preceduta dal segno =, all'interno del campo disponibile nella barra della formula invece che direttamente nella cella

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data in the spreadsheet:

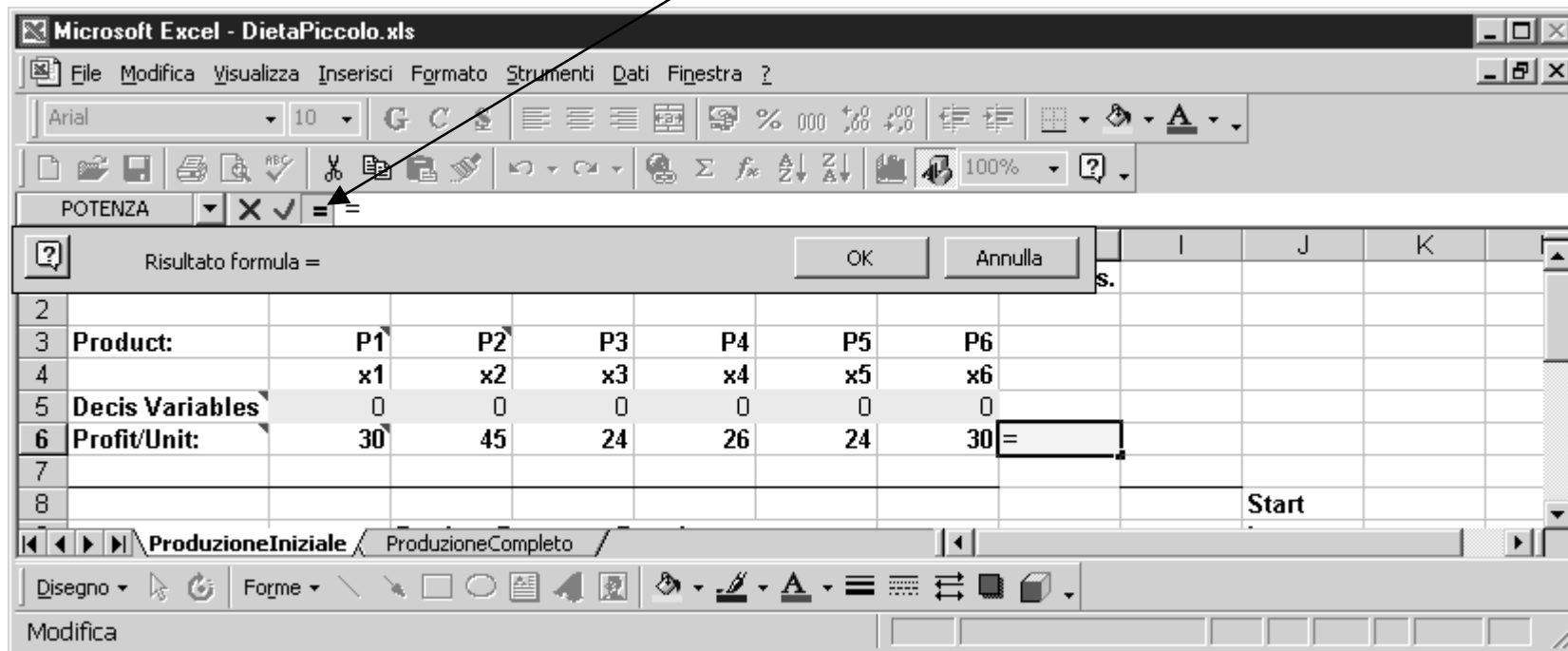
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								I.h.s.			
2											
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	=B6*B5+C6*C5+D6*D5+E6*E5+F6*F5+G6*G5			
7											
8										Start	

The formula bar at the top displays the formula: `=B6*B5+C6*C5+D6*D5+E6*E5+F6*F5+G6*G5`. An arrow points from the text above to the formula bar.

Esempio di inserimento formula

In alternativa, selezionare la cella H6 e scrivere la funzione obiettivo utilizzando le formule messe a disposizione da Excel.

A tal fine, dopo avere selezionato H6, cliccare il segno uguale sulla barra della formula. Apparirà quanto segue



The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data in the spreadsheet:

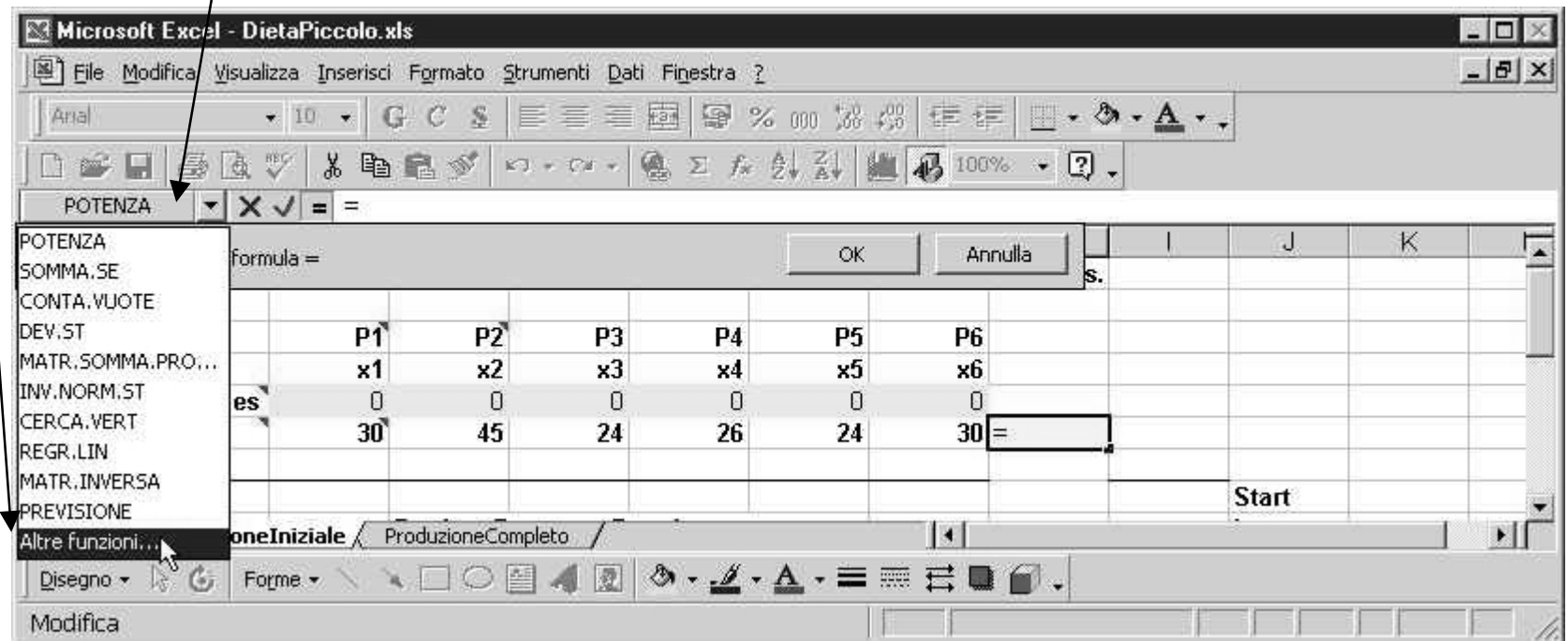
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	
Product:	x1	x2	x3	x4	x5	x6	
Decis Variables	0	0	0	0	0	0	
Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	=

The formula bar at the top shows "Risultato formula =" and the equals sign button is highlighted. The spreadsheet has columns labeled P1 through P6 and rows labeled Product, Decis Variables, and Profit/Unit. The cell H6 is selected and contains the value 30 followed by an equals sign.

Esempio di inserimento formula

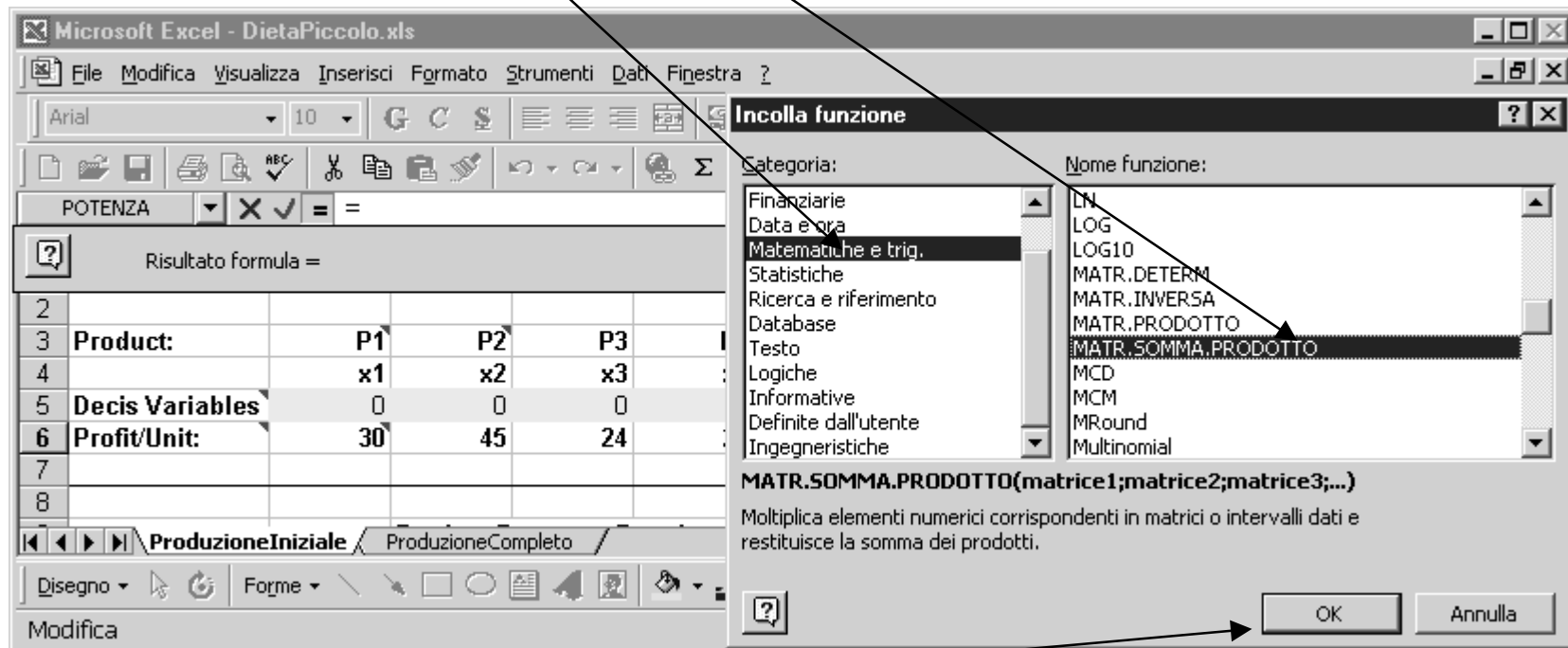
Selezionare quindi la tendina delle formule sull'estrema sinistra.

Scegliere *Altre funzioni...*



Esempio di inserimento formula

Selezionando *Altre funzioni ...* compare una maschera in cui selezionare nell'elenco *Categoria: Matematiche e trig.*, nell'elenco *Nome funzione: Matr.Somma.Prodotto*.



Cliccare OK

Esempio di inserimento formula

La funzione *Matr.Somma.Prodotto*, quando utilizzata con solo due argomenti, esegue il prodotto scalare tra i due argomenti.

Scrivere nei campi le celle estreme dei vettori di cui si vuole il prodotto scalare

MATR.SOMMA.PRODOTTO

Matrice1: B6:G6 = {30;45;24;26;24;30}

Matrice2: B5:G5 = {0;0;0;0;0;0}

Matrice3: = matrice

= 0

Moltiplica elementi numerici corrispondenti in matrici o intervalli dati e restituisce la somma dei prodotti.

Matrice2: matrice1;matrice2;... sono da 2 a 30 matrici di cui moltiplicare e quindi aggiungere gli elementi. Le matrici devono avere le stesse dimensioni.

Risultato formula = 0

OK Annulla

Esempio di inserimento formula

vettori selezionati

risultato formula

Cliccare OK

MATR.SOMMA... X ✓ = =MATR.SOMMA.PRODOTTO(B6:G6;B5:G5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1								I.h.s.		
2										
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6			
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6			
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0			
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30			

MATR.SOMMA.PRODOTTO

Matrice1 B6:G6 = {30;45;24;26;24;30}

Matrice2 B5:G5 = {0;0;0;0;0;0}

Matrice3 = matrice

= 0

Moltiplica elementi numerici corrispondenti in matrici o intervalli dati e restituisce la somma dei prodotti.

Matrice2: matrice1;matrice2;... sono da 2 a 30 matrici di cui moltiplicare e quindi aggiungere gli elementi. Le matrici devono avere le stesse dimensioni.

Risultato formula = 0

OK Annulla

Start Inv.

<=	1200
<=	1160
<=	1780
<=	1050
<=	1360

Verifica inserimento corretto

Si è finito di inserire la formula della funzione obiettivo.

Verificare di avere operato correttamente assegnando dei valori arbitrari alle celle delle variabili e controllando che il valore ottenuto nella cella che contiene la funzione obiettivo corrisponda a quello atteso.

Nell'esempio, avendo imposto $x_1=1$, $x_2=3$, $x_3=3$, $x_4=4$, $x_5=2$, $x_6=1$, si deve verificare che il valore della funzione obiettivo $30*1+45*3+24*3+26*4+24*2+30*1$ sia effettivamente 419.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "ProduzionePiccolo.xls". The spreadsheet contains a table with the following data:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1									i.h.s.				
2													
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6						
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6						
5	Decis Variables	1	3	3	4	2	1						
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	419					
7													

Arrows from the text above point to the cells containing the values 1, 3, 3, 4, 2, 1 in row 5 (Decis Variables) and the value 419 in cell J6 (Profit/Unit).

Inserimento delle formule esprimenti il lhs dei vincoli

Ripetere le operazioni precedentemente viste per i lhs di ogni vincolo.

Nell'esempio la formula inserita calcola $1x_1 + 4x_2 + 0x_3 + 4x_4 + 2x_5 + 0x_6$ il cui valore poi si dovrà imporre essere inferiore a 1160

Verificare per ogni vincolo la correttezza di quanto inserito

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1								I.h.s.				
2												
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6					
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6					
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0					
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	0				
7												
8										Start		
9										Inv.		
10		Product Resource Requirements										
11	Steel	1	4	0	4	2	0	=MATR.SOMMA.PRODOTTO(B11:G11;B5:G5)				
12	Wood	4	5	3	0	1	0	<=			1160	
13	Plast										1780	
14	Rubb										1050	
15	Glass										1360	

The dialog box for the formula shows:

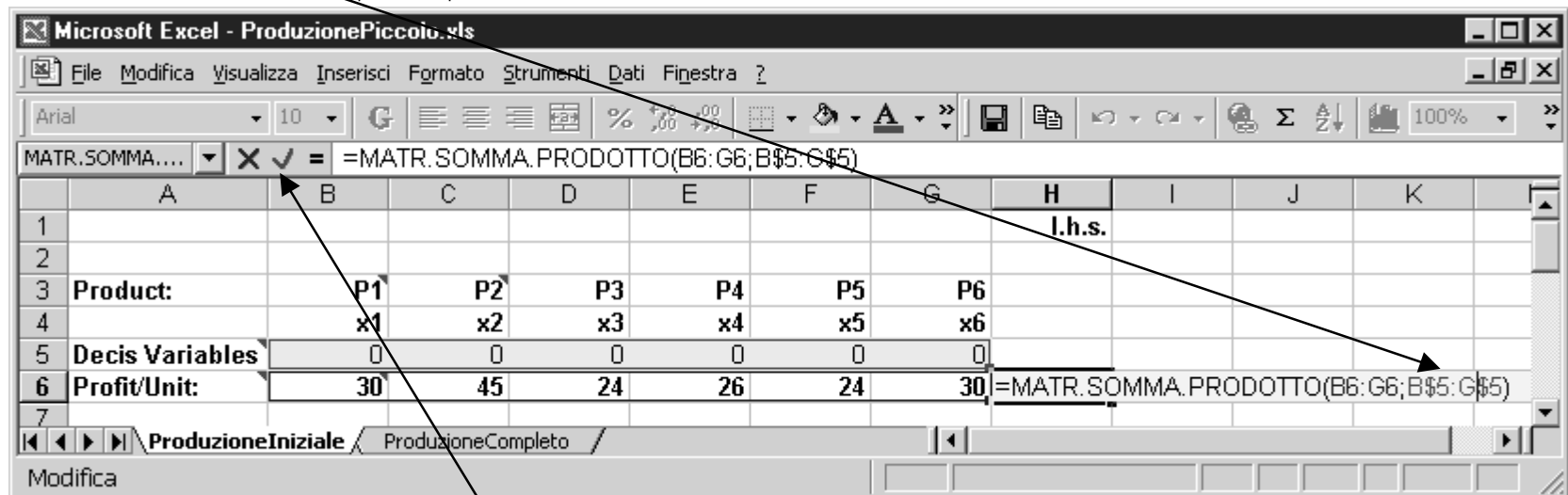
- Matrice1: B11:G11 = {1;4;0;4;2;0}
- Matrice2: B5:G5 = {0;0;0;0;0;0}
- Matrice3: = matrice
- Result: = 0

Inserimento delle formule esprimenti il lhs dei vincoli

In alternativa, si possono inserire le formule del lhs dei vincoli eseguendo delle operazioni di copia e incolla della formula della funzione obiettivo.

Selezionare inizialmente la cella H6 che contiene la formula della funzione obiettivo, cliccando due volte su di essa.

Aggiungere dei \$ prima delle coordinate riga delle celle che identificano il vettore delle variabili. B5:G5 diventi B\$5:G\$5

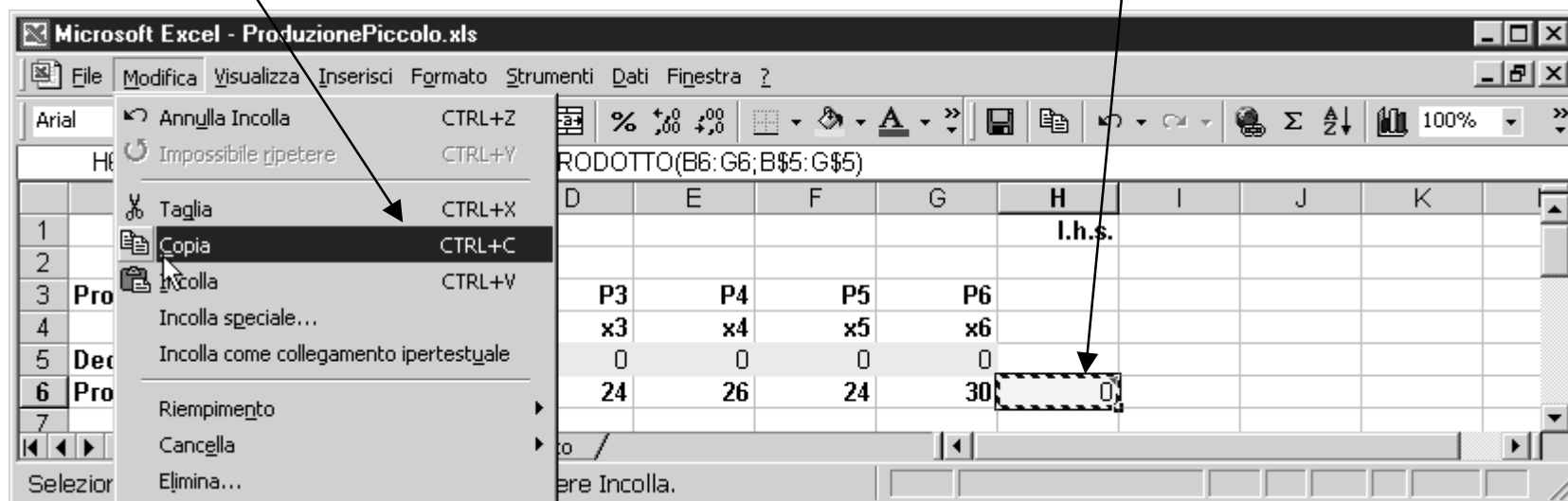


Per accettare la modifica cliccare su **v** o pigiare invio

Inserimento delle formule esprimenti il lhs dei vincoli

Copiare la cella H6 utilizzando la tendina *Modifica* come in figura o ctrl + C.

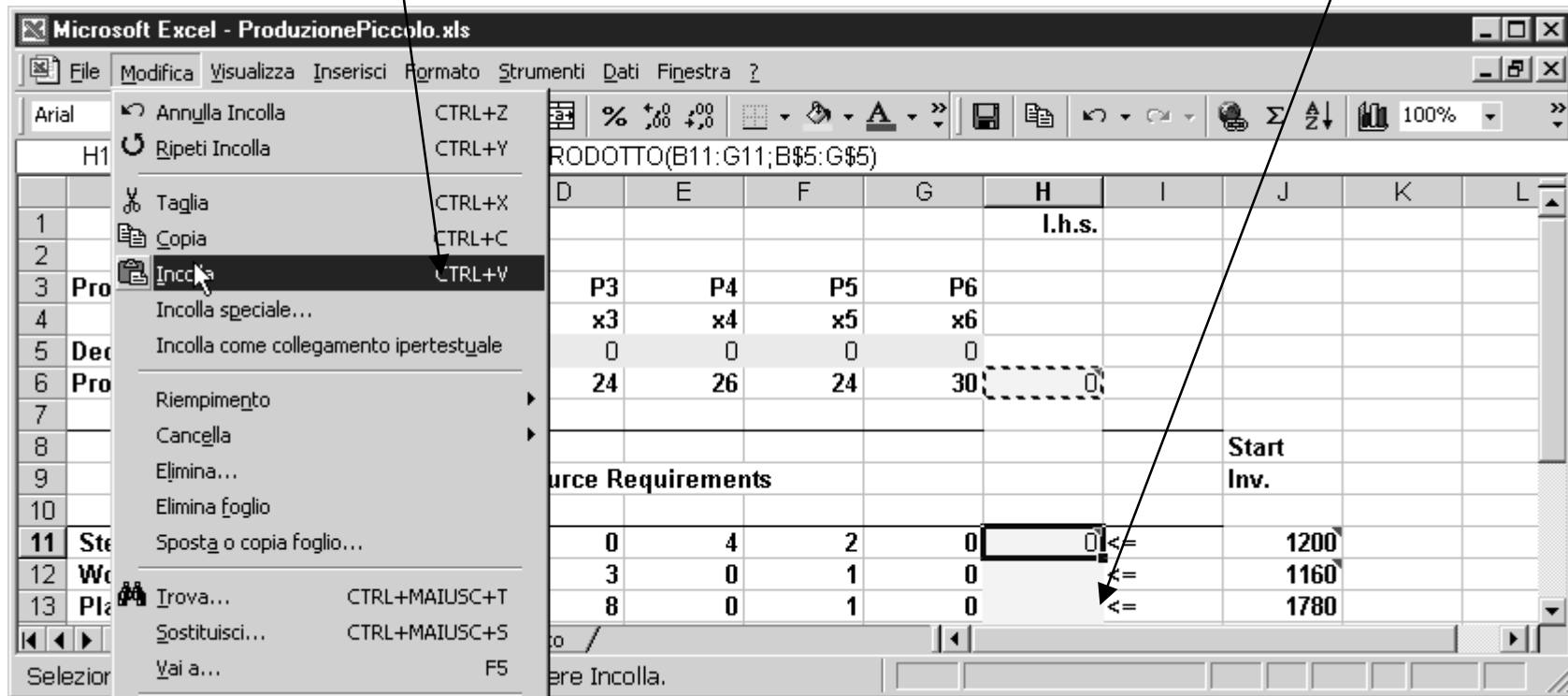
Il bordo della cella inizierà a lampeggiare.



Inserimento delle formule esprimenti il lhs dei vincoli

Spostarsi sulla cella H11 e
incollare la formula copiata
utilizzando la tendina *Modifica*
come in figura o ctrl + V.

Ripetere l'operazione per le celle
H12, H13, H14, H15.



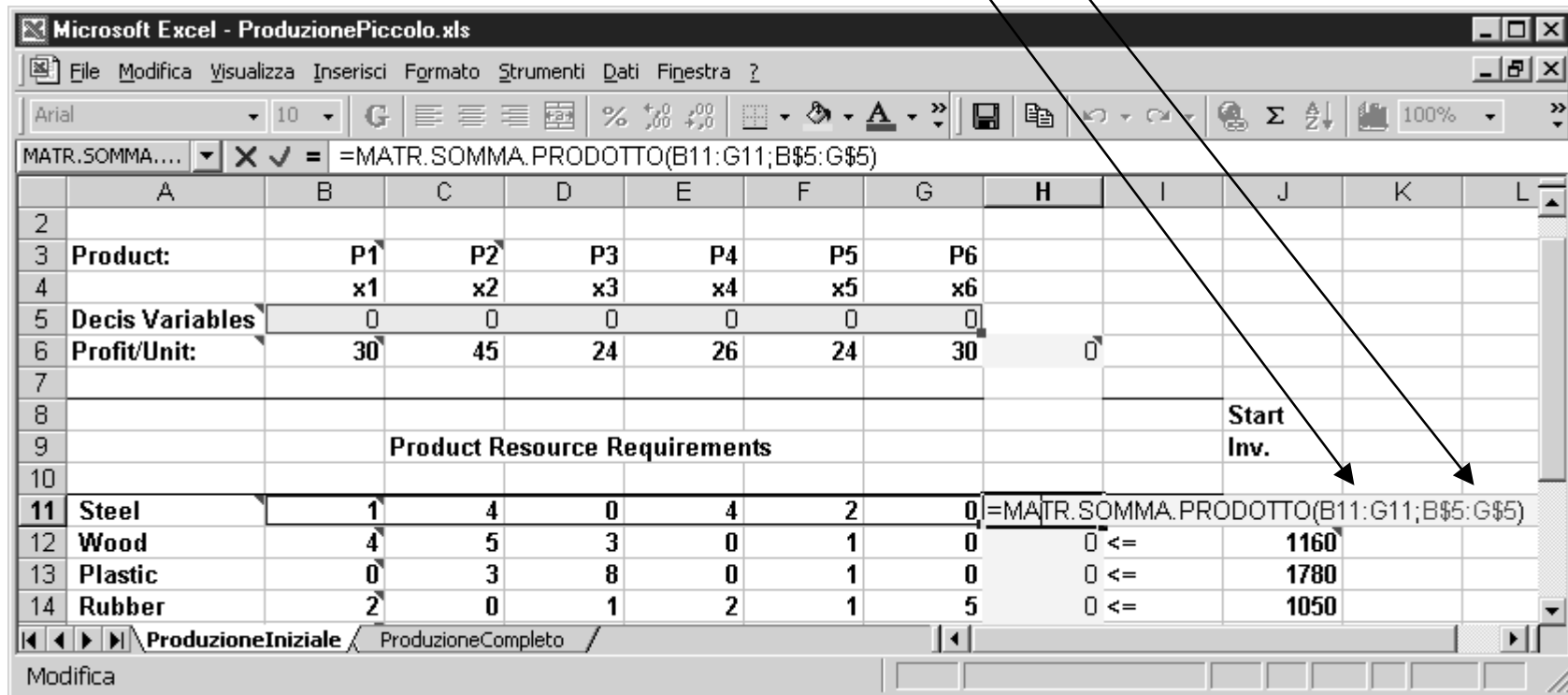
Verifica inserimento corretto

Cliccare due volte su H11 e controllare la formula che e' stata inserita.

Osservare che i riferimenti preceduti da \$ (detti assoluti) non sono stati modificati dall'operazione di copiatura. Gli altri riferimenti (detti relativi) sono cambiati.

Nella cella H6, il vettore B6:G6 era immediatamente sulla sinistra della cella.

L'operazione di copiatura ha fatto si che nella cella H11, il corrispondente vettore B11:G11 si riferisca alle celle sulla destra di H11 e non di H6.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
2													
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6						
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6						
5	Decis Variables	0	0	0	0	0	0						
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	0					
7													
8													
9		Product Resource Requirements											
10													
11	Steel	1	4	0	4	2	0	=MATR.SOMMA.PRODOTTO(B11:G11;B\$5:G\$5)					
12	Wood	4	5	3	0	1	0	0 <=		1160			
13	Plastic	0	3	8	0	1	0	0 <=		1780			
14	Rubber	2	0	1	2	1	5	0 <=		1050			

Verifica inserimento corretto

Inserire dei valori arbitrari nelle celle delle variabili e controllare a mano che i valori indicati nelle celle che contengono le formule della funzione obiettivo e dei lhs dei vincoli corrispondano ai valori attesi. Ad esempio dovrebbero venire i valori indicati nella figura.

Il foglio ProduzioneIniziale dovrebbe contenere ora le stesse formule del foglio ProduzioneCompleto.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2												
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6					
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6					
5	Decis Variables	2	1	3	5	7	1					
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	505				
7												
8											Start	
9											Inv.	
10												
11	Steel	1	4	0	4	2	0	40 <=			1200	
12	Wood	4	5	3	0	1	0	29 <=			1160	
13	Plastic	0	3	8	0	1	0	34 <=			1780	
14	Rubber	2	0	1	2	1	5	29 <=			1050	
15	Glass	2	4	2	2	2	4	42 <=			1360	
16												

Esercizio

Cercare di determinare il valore ottimo del problema di programmazione lineare per tentativi. Assegnare dei valori arbitrari positivi o nulli alle celle variabili in modo da massimizzare il valore della funzione obiettivo e rispettare i vincoli. Provare a fare meglio che nell'esempio. Si può fare molto meglio.

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Microsoft Excel - ProduzionePiccolo.xls". The spreadsheet is set up for a linear programming problem. The decision variables are x1 through x6, representing the quantities of products P1 through P6. The profit per unit for each product is given in row 6. The resource requirements for five materials (Steel, Wood, Plastic, Rubber, Glass) are listed in rows 11 through 15. The right-hand side (R.H.S.) values for the constraints are 1200, 1160, 1780, 1050, and 1360, respectively. The initial inventory (Start Inv.) is also shown in column I. The spreadsheet is currently displaying the "ProduzioneIniziale" sheet, with "ProduzioneCompleto" also visible in the tab bar.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6			
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6			
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0			
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	13980		
7										
8										Start
9										Inv.
10										
11	Steel	1	4	0	4	2	0	936	<=	1200
12	Wood	4	5	3	0	1	0	1160	<=	1160
13	Plastic	0	3	8	0	1	0	432	<=	1780
14	Rubber	2	0	1	2	1	5	620	<=	1050
15	Glass	2	4	2	2	2	4	1096	<=	1360
16										
17										

Esercizio

Prima di andare avanti.

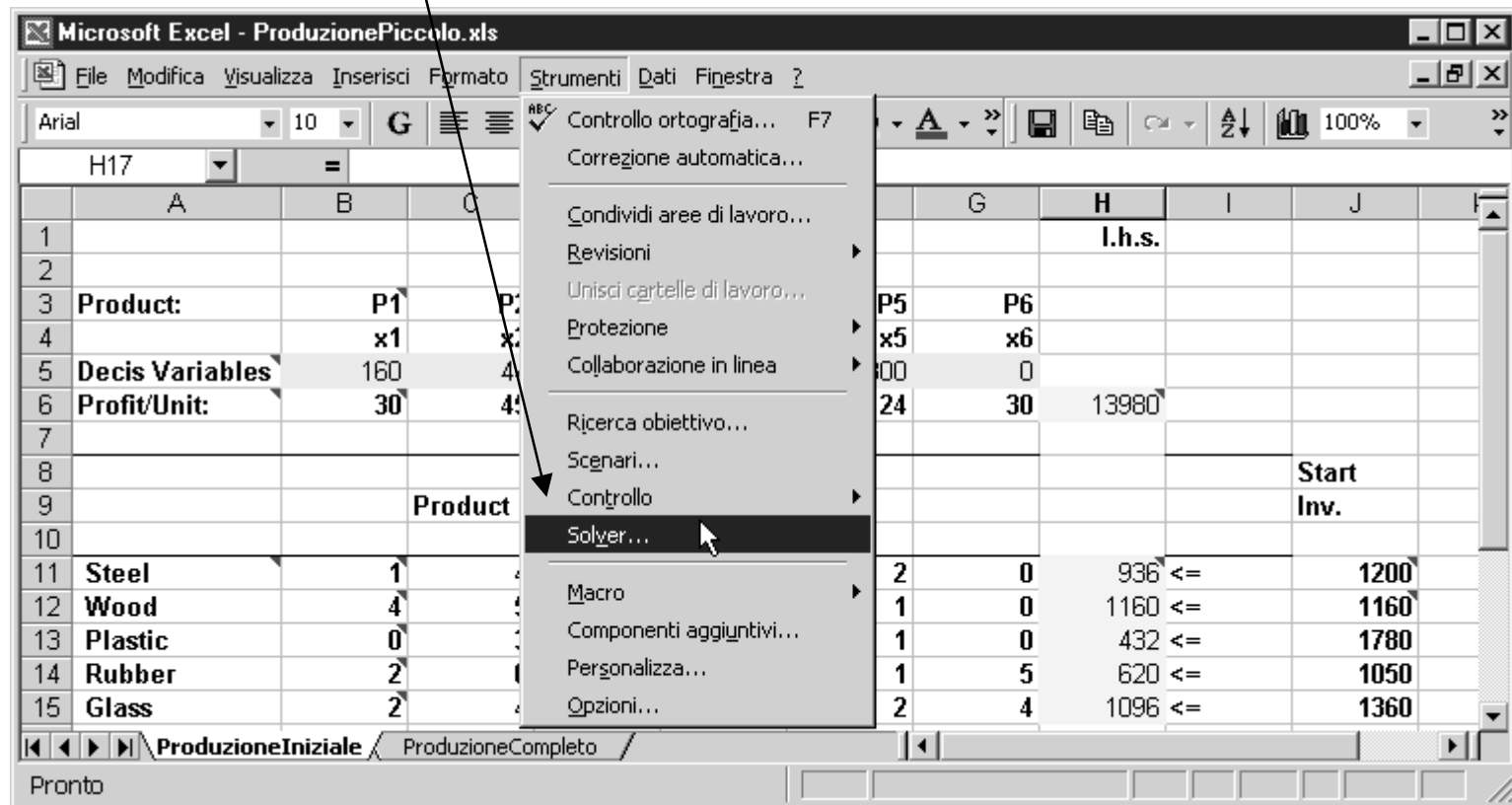
Provare a risolvere l'esercizio proposto per almeno 5 minuti per rendersi conto della difficoltà di risolvere ad occhio anche un problema estremamente piccolo di programmazione lineare.

Confrontare i valori ottenuti con quelli dei colleghi e ricordarsi che nel mercato reale solo l'azienda che fa maggiori profitti ha speranza di sopravvivere.

La procedura Risolutore (Solver)

Per determinare la soluzione ottima del problema si utilizza la procedura *Risolutore* che implementa il semplice.

Selezionare *Risolutore* (oppure *Solver* se si ha la versione inglese) dalla tendina *Strumenti*.



La procedura Risolutore (Solver)

Compare una maschera da compilare in cui bisogna...

inserire coordinate
della funzione
obiettivo (cella H6)

indicare che si
affronta un problema
di massimizzazione

inserire coordinate
del vettore delle
variabili (B5:G5)

The screenshot shows the Microsoft Excel Solver Parameters dialog box overlaid on a spreadsheet. The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0				
6	Profit Unit:	30	45	24	26	24	30	13980			
7											

The Solver Parameters dialog box is configured as follows:

- Set Target Cell:
- Equal To: Max Min Value of:
- By Changing Cells:
- Subject to the Constraints: (empty list)

Buttons in the dialog include: Solve, Close, Options, Premium, Reset All, Help, Add, Change, Delete, and Guess.

La procedura Risolutore (Solver)

Cliccare su *Aggiungi* per inserire i vincoli. Compare un'ulteriore maschera.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver Parameters dialog box open. The spreadsheet contains a linear programming problem with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	13980			
7											

The Solver Parameters dialog box is configured as follows:

- Set Target Cell: $\$H\6
- Equal To: Max Min Value of: 0
- By Changing Cells: $\$B\$5:\$G\5
- Subject to the Constraints: (empty list)

The 'Add' button in the 'Subject to the Constraints' section is highlighted with an arrow from the text above. The spreadsheet also shows a 'Start Inv.' section with the following data:

	0	936 <=	1200
	0	1160 <=	1160
	0	432 <=	1780
	5	620 <=	1050
	4	1096 <=	1360

La procedura Risolutore (Solver)

Inserire un vincolo alla volta.

Inserire cella termine noto del vincolo (per il primo vincolo J11)

Inserire cella lhs del vincolo (per il primo vincolo H11)

Cliccare *Aggiungi* per inserire un alto vincolo.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver dialog box open. The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	13980			
7											
8											Start
9											Inv.
10											
11	Steel	1	4	0	4	2	0	936 <=		1200	
12	W					1	0	1160 <=		1160	
13	PI					1	0	432 <=		1780	
14	Ri					1	5	620 <=		1050	
15	G					2	4	1096 <=		1360	
16											
17											
18											
19											
20											

The Solver dialog box is open, showing the following fields:

- Cell Reference: \$H\$11
- Constraint: <=
- Constraint: \$J\$11
- Buttons: OK, Cancel, Add, Help

La procedura Risolutore (Solver)

Ripetere l'operazione per tutti i vincoli.

Cliccare *OK* per quando si sono inseriti tutti i vincoli

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver dialog box open. The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	13980			
7											
8											Start
9											Inv.
10											
11	Steel	1	4	0	4	2	0	936	<=		1200
12	W					1	0	1160	<=		1160
13	P					1	0	432	<=		1780
14	R					1	5	620	<=		1050
15	G					2	4	1096	<=		1360

The Solver dialog box is open, showing the following fields:

- Cell Reference: \$H\$15
- Constraint: \$J\$15
- Operator: <=
- Buttons: OK, Cancel, Add, Help

La procedura Risolutore (Solver)

Si è inserito il modello di programmazione lineare.

The screenshot shows the Microsoft Excel Solver Parameters dialog box overlaid on a spreadsheet. The spreadsheet contains a linear programming model with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	13980			

The Solver Parameters dialog box is configured as follows:

- Set Target Cell: $\$H\6
- Equal To: Max Min Value of: 0
- By Changing Cells: $\$B\$5:\$G\5
- Subject to the Constraints:
 - $\$H\$11 \leq \$J\11
 - $\$H\$12 \leq \$J\12
 - $\$H\$13 \leq \$J\13
 - $\$H\$14 \leq \$J\14
 - $\$H\$15 \leq \$J\15

Annotations on the left side of the image point to these elements:

- obiettivo (points to the Set Target Cell field)
- variabili (points to the By Changing Cells field)
- vincoli (points to the Subject to the Constraints list)

Red text at the bottom left reads: *Cliccare su Opzioni NON su Risolvi. Comparare una nuova maschera*. An arrow points from this text to the Options button in the Solver dialog.

La procedura Risolutore (Solver)

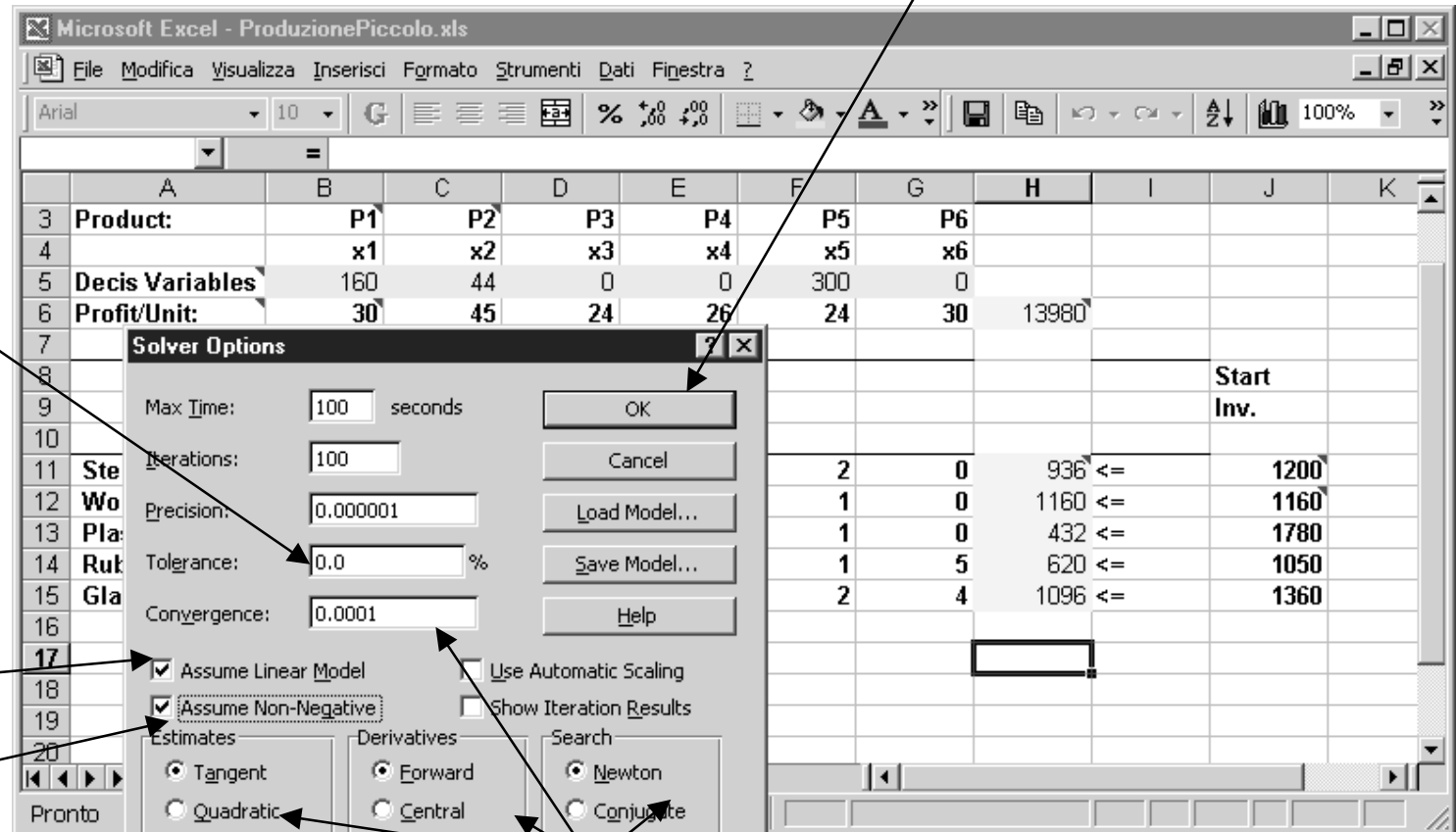
Alla fine cliccare *OK*

Inserire quanto segue.

Tolleranza 0 (si vuole la soluzione esatta, in realtà questa condizione viene considerata dal calcolatore solo in presenza di variabili intere, altrimenti è ritenuta sempre 0).

Modello lineare.

Modello (in realtà variabili) non negativo.



parametri per modelli non lineari, non interessano

La procedura Risolutore (Solver)

Si è ora pronti per risolvere il problema. Cliccare *Risolvi*.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver Parameters dialog box open. The spreadsheet contains a linear programming problem. The Solver Parameters dialog box is configured as follows:

- Set Target Cell:** \$H\$6
- Equal To:** Max Min Value of: 0
- By Changing Variable Cells:** \$B\$5:\$G\$5
- Subject to the Constraints:**
 - \$H\$11 <= \$J\$11
 - \$H\$12 <= \$J\$12
 - \$H\$13 <= \$J\$13
 - \$H\$14 <= \$J\$14
 - \$H\$15 <= \$J\$15

The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	44	0	0	300	0				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	13980			
7											
										Start Inv.	
								0	936	<=	1200
								0	1160	<=	1160
								0	432	<=	1780
								5	620	<=	1050
								4	1096	<=	1360

La procedura Risolutore (Solver)

In una frazione di secondo compare che la soluzione ottima è stata determinata. Selezionare i primi due *Report* e cliccare *OK*.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver Results dialog box open. The dialog box contains the following text: "Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied." Below this text are two radio buttons: "Keep Solver Solution" (selected) and "Restore Original Values". To the right of these buttons is a list box labeled "Reports" containing three items: "Answer", "Sensitivity", and "Limits". At the bottom of the dialog box are four buttons: "OK", "Cancel", "Save Scenario...", and "Help". The "OK" button is highlighted with a mouse cursor. In the background, the spreadsheet shows a table with columns A through K and rows 3 through 20. The table contains data for products P1 through P6, decision variables x1 through x6, profit per unit, and resource requirements. The Solver Results dialog box is positioned over the spreadsheet, partially obscuring the data in rows 11 through 17.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
3	Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
4		x1	x2	x3	x4	x5	x6				
5	Decis Variables	160	0	0	0	520	7.11E-15				
6	Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	17280			
7											
8											Start
9											Inv.
10											
11						2	0	1200	<=		1200
12						1	0	1160	<=		1160
13						1	0	520	<=		1780
14						1	5	840	<=		1050
15						2	4	1360	<=		1360
16											
17											
18											
19											
20											

La soluzione ottima

Soluzione ottima. Notare l'errore di troncamento: 7.11E-15 vale 0

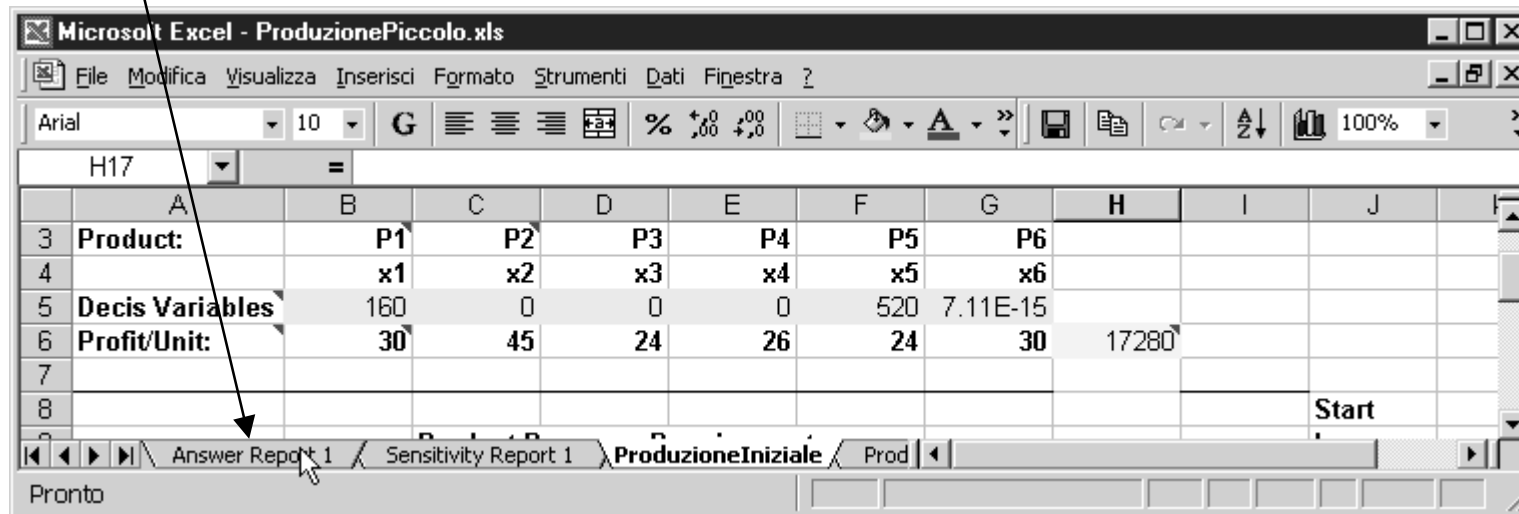
Si deve produrre
160 prodotti P1 e
520 prodotti P5
per avere il
massimo profitto.

Product:	P1	P2	P3	P4	P5	P6				
Decis Variables	x1	x2	x3	x4	x5	x6				
Profit/Unit:	30	45	24	26	24	30	17280			
Product Resource Requirements										Start Inv.
Steel	1	4	0	4	2	0	1200	<=	1200	
Wood	4	5	3	0	1	0	1160	<=	1160	
Plastic	0	3	8	0	1	0	520	<=	1780	
Rubber	2	0	1	2	1	5	840	<=	1050	
Glass	2	4	2	2	2	4	1360	<=	1360	

Report prodotti.

Analisi dei report

Cliccare sul foglio Report Risposte per visualizzare ulteriori dettagli sulle soluzioni



Report soluzioni

tabella della funzione obiettivo

tabella delle variabili

tabella dei vincoli

Microsoft Excel - ProduzionePiccolo.xls

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti Dati Finestra ?

Arial 10

A1 = Microsoft Excel 9.0 Answer Report

4

5

6 Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$H\$6	Profit/Unit: l.h.s.	13980	17280

7

8

9

10

11 Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$B\$5	Decis Variables x1	160	160
\$C\$5	Decis Variables x2	44	0
\$D\$5	Decis Variables x3	0	0
\$E\$5	Decis Variables x4	0	0
\$F\$5	Decis Variables x5	300	520
\$G\$5	Decis Variables x6	0	7.10543E-15

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21 Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$H\$1	Steel l.h.s.	1200	\$H\$11<=\$J\$11	Binding	0
\$H\$1	Wood l.h.s.	1160	\$H\$12<=\$J\$12	Binding	0
\$H\$1	Plastic l.h.s.	520	\$H\$13<=\$J\$13	Not Binding	1260
\$H\$1	Rubber l.h.s.	840	\$H\$14<=\$J\$14	Not Binding	210
\$H\$1	Glass l.h.s.	1360	\$H\$15<=\$J\$15	Binding	0

22

23

24

25

26

27

28

Answer Report 1 / Sensitivity Report 1 / ProduzioneInizia

Pronto

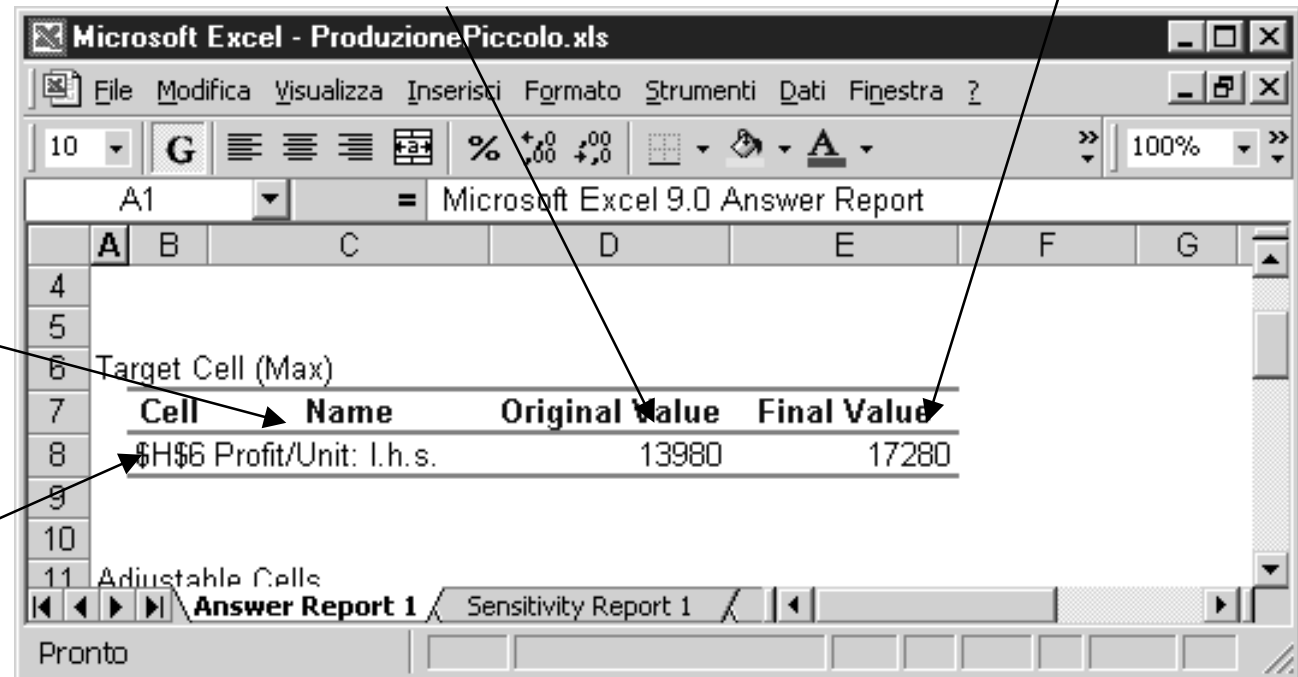
Tabella delle soluzioni

nome della cella
funzione obiettivo,
costruito
automaticamente
cercando le stringhe che
si trovano nelle prime
celle sopra e a sinistra
della cella della
funzione obiettivo

coordinate della cella
che contiene la
funzione obiettivo

valore assunto dalla funzione obiettivo,
prima della fase di ottimizzazione.

valore ottimo della
funzione obiettivo



Cell	Name	Original Value	Final Value
\$H\$6	Profit/Unit: l.h.s.	13980	17280

Confrontare la differenza di valore tra l'ottimo e quanto ottenuto per tentativi.
Nell'esempio risulta essere $(17280-13980)/17280 = 19\%$.

Tabella delle variabili

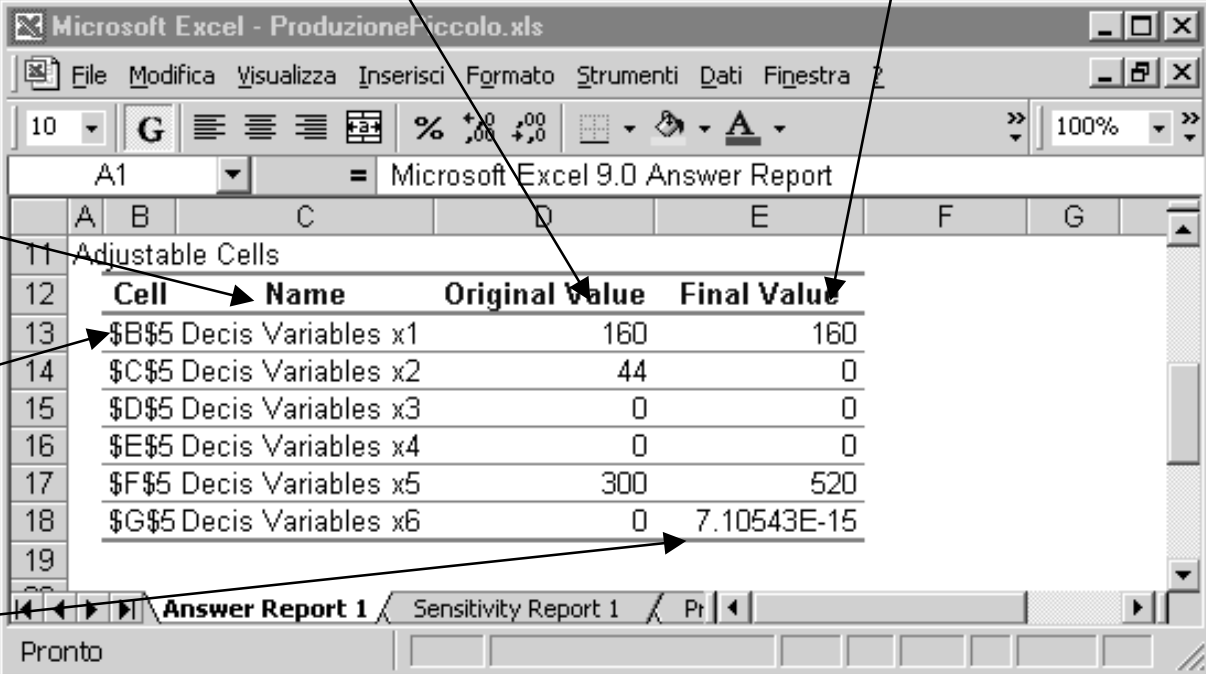
valori assunti dalle variabili,
prima della fase di ottimizzazione.

valore ottimo delle
variabili

nome delle celle
delle variabili

coordinate delle celle
delle variabili

vale 0, dovuto
ad errori di troncamento



Cell	Name	Original Value	Final Value
\$B\$5	Decis Variables x1	160	160
\$C\$5	Decis Variables x2	44	0
\$D\$5	Decis Variables x3	0	0
\$E\$5	Decis Variables x4	0	0
\$F\$5	Decis Variables x5	300	520
\$G\$5	Decis Variables x6	0	7.10543E-15

Tabella dei vincoli

stato del vincolo:

stringente o attivo se soddisfatto all'uguaglianza

non stringente o non attivo se non soddisfatto all'uguaglianza

formula del vincolo

differenza tra valore del termine noto
e il valore assunto dal lhs

valori assunti dal lhs dei vincoli
dati i valori ottimi delle variabili

nome delle celle dei lhs
dei vincoli

coordinate delle celle
che contengono i lhs
dei vincoli

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$H\$11	Steel l.h.s.	1200	$\$H\$11 \leq \$J\11	Binding	0
\$H\$12	Wood l.h.s.	1160	$\$H\$12 \leq \$J\12	Binding	0
\$H\$13	Plastic l.h.s.	520	$\$H\$13 \leq \$J\13	Not Binding	1260
\$H\$14	Rubber l.h.s.	840	$\$H\$14 \leq \$J\14	Not Binding	210
\$H\$15	Glass l.h.s.	1360	$\$H\$15 \leq \$J\15	Binding	0

Commenti

- Nei vincoli stringenti, ovviamente, lo slack (indicato come tolleranza) è ovviamente zero.
- Lo slack indica quante risorse rimangono inutilizzate, e.g., 210 unità di gomma.
- I vincoli stringenti sono quelli che definiscono la soluzione ottima
- Cambiando i valori del termine noto e/o dei coefficienti che caratterizzano i vincoli stringenti cambia il valore della funzione obiettivo e delle soluzioni, viceversa...
- Cambiando (entro certi limiti) del termine noto e/o dei coefficienti che caratterizzano i vincoli non stringenti non cambia il valore della funzione obiettivo e delle soluzioni.

Report sensibilità

tabella variabili

tabella vincoli

Microsoft Excel - ProduzionePiccolo.xls

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti Dati Finestra ?

Arial 10 G % +,00 +,00 100%

A1 = Microsoft Excel 9.0 Sensitivity Report

Adjustable Cells							
Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease	
\$B\$5	Decis Variables x1	160	0	30	1.75	2.07242E-15	
\$C\$5	Decis Variables x2	0	-12	45	12	1E+30	
\$D\$5	Decis Variables x3	0	-1.77636E-15	24	1.77636E-15	1E+30	
\$E\$5	Decis Variables x4	0	-1	26	1	1E+30	
\$F\$5	Decis Variables x5	520	0	24	4.14483E-15	0.4375	
\$G\$5	Decis Variables x6	7.10543E-15	0	30	2.8	6.21725E-15	

Constraints							
Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease	
\$H\$11	Steel l.h.s.	1200	3	1200	3.31587E-14	267.2727273	
\$H\$12	Wood l.h.s.	1160	3	1160	9.9476E-14	560	
\$H\$13	Plastic l.h.s.	520	0	1780	1E+30	1260	
\$H\$14	Rubber l.h.s.	840	0	1050	1E+30	210	
\$H\$15	Glass l.h.s.	1360	7.5	1360	168	2.84217E-14	

Answer Report 1 Sensitivity Report 1 ProduzioneInizia

Pronto

Tabella delle variabili

costo ridotto: indica di quanto deve diminuire il coefficiente della funzione obiettivo affinché convenga valutare se la variabile considerata, a parità di altre condizioni, non debba essere diversa da zero all'ottimo (vedi commenti successivi)

ampiezza intervalli in cui può variare un coefficiente della funzione ottima, a parità di altre condizioni, senza che la soluzione cambi (vedi commenti successivi)

coefficiente associato alla variabile nella funzione obiettivo

valore ottimo delle variabili

nome delle celle delle variabili

coordinate delle celle delle variabili

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$5	Decis Variables x1	160	0	30	1.75	2.07242E-15
\$C\$5	Decis Variables x2	0	-12	45	12	1E+30
\$D\$5	Decis Variables x3	0	-1.77636E-15	24	1.77636E-15	1E+30
\$E\$5	Decis Variables x4	0	-1	26	1	1E+30
\$F\$5	Decis Variables x5	520	0	24	4.14483E-15	0.4375
\$G\$5	Decis Variables x6	7.10543E-15	0	30	2.8	6.21725E-15

equivale a zero

equivale a infinito

Commenti

Si consideri la variabile x_2 dato il valore (45) del suo coefficiente nella funzione obiettivo vale 0.

- Se il valore di tale coefficiente diminuisce del costo ridotto (-12) ovvero aumenta di almeno 12, a parità di tutti gli altri coefficienti, la soluzione ottima potrebbe cambiare e x_2 potrebbe assumere valore diverso da zero.
- Il valore del coefficiente della x_2 può aumentare fino a 57 (=45+12) e diminuire fino a $-\infty$ (=45 - 1E+30) senza che il valore della soluzione ottima, e quindi di x_2 , cambi.
- **Si potrebbe decidere di produrre P2 solo se il suo profitto unitario passasse da 42 ad un valore maggiore di 57 (=45+12).**

Tabella dei vincoli

prezzo ombra: indica di quanto varia il valore ottimo della funzione obiettivo per variazioni unitarie del termine noto di un vincolo, a parità di altre condizioni, e all'interno di un intervallo sufficientemente piccolo (vedi commenti successivi)

ampiezza destra e sinistra dell'intervallo in cui può variare il termine noto e all'interno dei quali valgono i prezzi ombra (vedi commenti successivi)

valori dei termini noti dei vincoli, *right hand side* (rhs)

valori assunti dal lhs dei vincoli dati i valori ottimi delle variabili

nome delle celle dei lhs dei vincoli

coordinate delle celle che contengono i lhs dei vincoli

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$H\$11	Steel l.h.s.	1200	3	1200	3.31587E-14	267.2727273
\$H\$12	Wood l.h.s.	1160	3	1160	9.9476E-14	560
\$H\$13	Plastic l.h.s.	520	0	1780	1E+30	1260
\$H\$14	Rubber l.h.s.	840	0	1050	1E+30	210
\$H\$15	Glass l.h.s.	1360	7.5	1360	168	2.84217E-14

Commenti

Si consideri il primo vincolo (steel).

- E' un vincolo stringente, se si avesse più acciaio di quanto si ha attualmente (1200 unità) si produrrebbe di più e si avrebbe un maggior profitto (il ragionamento si inverte se si avesse a disposizione meno acciaio).
- Il prezzo ombra indica che si avrebbe un aumento dei profitti di 3 per ogni unità di acciaio in più o una diminuzione dei profitti di 3 per ogni unità di acciaio in meno. Questo vale per variazioni di disponibilità di acciaio comprese tra 932.72 (=1200-267.27) e 1200 (=1200+3.3E-14).
- Al di sopra dell'intervallo di sensibilità indicato i profitti cresceranno meno, al di sotto diminuiranno maggiormente.
- Il prezzo ombra è un valore esatto all'interno dell'intervallo di sensibilità indicato, è un *bound* (un maggiorante o un minorante) al di fuori di esso.

Commenti

Si consideri il terzo vincolo (plastic).

- Non è un vincolo stringente, se si avesse più plastica di quanto si ha attualmente (1780 unità) non si produrrebbe di più e non si avrebbe un maggior profitto.
- Per ogni unità di plastica in più o in meno, il prezzo ombra (0) indica che non si avrebbe né un aumento dei profitti né una diminuzione degli stessi. Questo vale per variazioni di disponibilità di plastica comprese tra 520 (= 1780 -1260) e $+\infty$ (=1780 +1E+30).
- Al di sopra (impossibile) dell'intervallo di sensibilità indicato i profitti cresceranno, al di sotto diminuiranno.

Esercizi

- Dire come cambiano le analisi proposte per il Report Sensibilità se il problema fosse stato di minimizzazione invece che di massimizzazione.
- Navigare dentro il file `ProduzioneCommentato.xls` per un'analisi dettagliata dei risultati di un altro problema del mix di produzione.